Fachlehrpläne

Gymnasium: Mathematik 9

M9 1: Quadratwurzeln (ca. 17 Std.)

Kompetenzerwartungen und Inhalte

Die Schülerinnen und Schüler ...

- erläutern die Definition der Quadratwurzel anhand von Beispielen und bestimmen bei angemessen gewählten Zahlen den Wert einer Quadratwurzel (bzw. einen groben Näherungswert dafür) auch im Kopf. Sie vereinfachen einfache vollständig radizierbare Terme, falls nötig unter Verwendung von Beträgen.
- verstehen das Grundprinzip eines indirekten Beweises, vollziehen damit den Beweis für die Irrationalität von $\sqrt{2}$ nach und erläutern diesen; dabei erfassen sie auch, dass das Beweisen eine zentrale Bedeutung für die Mathematik und deren stringenten Aufbau hat. Sie begründen die Notwendigkeit, die Menge der rationalen Zahlen zu erweitern, nennen Quadratwurzeln und andere irrationale Zahlen (u. a. π) als Beispiele reeller nicht rationaler Zahlen und sind sich der kulturhistorischen Bedeutung dieser Zahlbereichserweiterung bewusst.
- erläutern das Heron-Verfahren und bestimmen mithilfe dieses Algorithmus Näherungswerte für Quadratwurzeln, indem sie ihn in ein Tabellenkalkulationsprogramm oder eine andere geeignete Software implementieren. Sie sind sich des iterativen Charakters dieses Verfahrens bewusst.
- fassen in dem Bewusstsein, dass die bekannten Rechengesetze auch in der erweiterten Zahlenmenge gelten, in fortlaufender, klar strukturierter Rechnung bei Termen angemessener Komplexität Produkte, Quotienten, Summen und Differenzen von Quadratwurzeln zusammen und vereinfachen dabei auch Potenzen von Wurzeltermen. Ihre Rechenschritte erläutern sie unter gezielter Verwendung von Fachbegriffen; diese setzen sie auch im Rahmen einer fundierten Analyse von Rechenwegen gezielt ein.
- formen Wurzelterme ohne Variablen so um, dass Nenner rational sind, und radizieren teilweise, wodurch sie auch entsprechende Ausgaben eines Taschenrechners nachvollziehen und erläutern. Wurzelterme mit Variablen vereinfachen sie durch teilweises Radizieren und stellen das Ergebnis, falls nötig, mithilfe von Beträgen dar.

M9 2: Quadratische Funktionen (ca. 36 Std.)

M9 2.1: Quadratische Funktionen und quadratische Gleichungen (ca. 18 Std.)

Kompetenzerwartungen und Inhalte

Die Schülerinnen und Schüler ...

- beschreiben für quadratische Funktionen mit Termen der Form $a \cdot (x + d)^2 + e$, wie sich Änderungen der Werte der Parameter a, d und e auf die zugehörige Parabel auswirken; sie bestimmen für Beispiele derart angegebener Funktionen jeweils die Anzahl der Nullstellen und die Lösungen der zugehörigen Gleichung. Zur Untersuchung und Veranschaulichung dieser Zusammenhänge nutzen sie auch eine dynamische Mathematiksoftware.
- ermitteln durch flexible Nutzung der binomischen Formeln die Koordinaten des Scheitels einer Parabel aus dem zugehörigen Funktionsterm, auch wenn dieser in der Form $ax^2 + bx + c$ vorliegt, und zeichnen den zugehörigen Graphen.
- geben mithilfe des zugehörigen Graphen wesentliche Eigenschaften einer quadratischen Funktion an (Wertemenge, Nullstellen, Intervalle mit positiven bzw. negativen Funktionswerten, Monotonieverhalten, größter Funktionswert, kleinster Funktionswert, Koordinaten des Schnittpunkts des Graphen mit der y-Achse).
- erkennen bei der rechnerischen Lösung von quadratischen Gleichungen, wann der Einsatz der Lösungsformel erforderlich ist und wann eine andere Methode (z. B. Ausklammern der Variablen) vorteilhaft ist. Sie lösen damit quadratische Gleichungen reflektiert und schätzen die Richtigkeit ihrer Lösungen durch eine geeignete Skizze ab. Anhand konkreter Beispiele formulieren und veranschaulichen sie auch Aussagen zur Lösbarkeit und zur Lösungsvielfalt quadratischer Gleichungen.
- sind sich bewusst, dass jede der drei Darstellungsformen des Terms einer quadratischen Funktion, die allgemeine Form $ax^2 + bx + c$, die Scheitelpunktform $a \cdot (x - x_S)^2 + y_S$ und die Nullstellenform $a \cdot (x - x_1) \cdot (x - x_2)$, Vorteile besitzt, und nutzen diese Formen situationsgerecht, u. a. auch beim Argumentieren.

M9 2.2: Quadratische Funktionen in Anwendungen (ca. 18 Std.)

Kompetenzerwartungen und Inhalte

Die Schülerinnen und Schüler ...

- stellen lineare Gleichungssysteme mit drei Unbekannten auf, lösen diese systematisch und erläutern den algorithmischen Charakter des angewandten Verfahrens; so berechnen sie insbesondere die Koeffizienten des Terms einer quadratischen Funktion, z. B. aus den Koordinaten dreier Parabelpunkte.
- lösen Bruchgleichungen, die sich unmittelbar auf quadratische Gleichungen zurückführen lassen, und berechnen damit auch die Koordinaten der Schnittpunkte von Geraden mit Hyperbeln.
- beschreiben und lösen innermathematische sowie realitätsnahe Problemstellungen mithilfe quadratischer Funktionen (u. a. Modellierung von Extremwertproblemen); sie erläutern und reflektieren ihre dabei verwendeten Strategien, validieren ihre Ergebnisse im Sachzusammenhang und dokumentieren ihre Lösungswege nachvollziehbar sowie formal korrekt.
  Es wird ihnen bewusst, dass Optimierungsprobleme in unterschiedlichsten Bereichen auftreten (z. B. Wirtschaftsmathematik, Statistik, Klimaforschung, Versicherungswesen), was ihnen verdeutlicht, dass mathematische Kenntnisse für viele Berufsfelder eine wesentliche Grundlage darstellen.

M9 3: Wahrscheinlichkeit verknüpfter Ereignisse (ca. 8 Std.)

Kompetenzerwartungen und Inhalte

Die Schülerinnen und Schüler ...

- stellen zwei miteinander verknüpfte Ereignisse mithilfe von Schnitt- oder Vereinigungsmengen dar und nutzen Mengendiagramme sowie Vierfeldertafeln zur Veranschaulichung. Dabei übersetzen sie auch verbale Beschreibungen von Ereignissen in formale und umgekehrt.
- interpretieren, ausgehend von Vierfeldertafeln mit absoluten Häufigkeiten, die zugehörigen relativen Häufigkeiten als Wahrscheinlichkeiten von Ereignissen eines entsprechenden Zufallsexperiments, begründen auf dieser Grundlage den Zusammenhang $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ und bestimmen

Wahrscheinlichkeiten im Kontext zweier miteinander verknüpfter Ereignisse.

M9 4: Ähnlichkeit und Strahlensatz (ca. 14 Std.)

Kompetenzerwartungen und Inhalte

Die Schülerinnen und Schüler ...

- erläutern den Begriff der Ähnlichkeit anschaulich und überprüfen, ob zwei Figuren, insbesondere Dreiecke, zueinander ähnlich sind.
- wenden die Strahlensätze bei innermathematischen Problemstellungen sowie in Sachsituationen flexibel an und lösen sich dabei ergebende Bruchgleichungen auch auf der Grundlage ihrer in der Jahrgangsstufe 8 erworbenen Kenntnisse. Dabei erfassen sie die enge Verknüpfung von Geometrie und Algebra.
- machen an Beispielen die Gesetzmäßigkeiten plausibel, die die Veränderung des Flächeninhalts einer Figur bzw. die Veränderung des Volumens eines Körpers beschreiben, wenn die Figur bzw. der Körper maßstäblich vergrößert oder verkleinert wird. Sie wenden diese Gesetzmäßigkeiten auch in Sachsituationen an.

M9 5: Potenzfunktionen mit natürlichen Exponenten und Erweiterung des Potenzbegriffs (ca. 9 Std.)

Kompetenzerwartungen und Inhalte

Die Schülerinnen und Schüler ...

- beschreiben für Funktionen mit Termen der Form $a \cdot x^n$ in Abhängigkeit von a und n den Verlauf des zugehörigen Graphen sowie seine Symmetrie; zur Untersuchung und Veranschaulichung nutzen sie auch eine dynamische Mathematiksoftware.
- verstehen die Definition der allgemeinen Wurzel und sind in der Lage, damit Gleichungen zu lösen, die sich auf die Form $x^n = c$ zurückführen lassen. Die Anzahl der Lösungen machen sie durch eine geeignete Skizze plausibel.
- erläutern, dass Potenzen mit rationalen Exponenten eine alternative Schreibweise für Wurzeln sind, und wandeln davon ausgehend Potenz- und Wurzelschreibweise ineinander um.

- fassen auf der Grundlage eines vertieften Verständnisses von Termstrukturen unter Anwendung der Rechengesetze für Potenzen mit rationalen Exponenten in fortlaufender, klar strukturierter Rechnung Produkte und Quotienten zusammen, die Potenzen und Wurzeln enthalten.

M9 6: Satz des Pythagoras (ca. 11 Std.)

Kompetenzerwartungen und Inhalte

Die Schülerinnen und Schüler ...

- beweisen den Satz des Pythagoras auf der Grundlage eines gefestigten Verständnisses der Struktur mathematischer Sätze und unterscheiden diesen von seiner Umkehrung.
- führen an rechtwinkligen Dreiecken unter flexibler Anwendung des Satzes des Pythagoras Berechnungen durch.
- lösen im Bewusstsein seiner Bedeutung in kulturgeschichtlicher wie auch anwendungspraktischer Hinsicht vielfältige Aufgaben mithilfe des Satzes des Pythagoras und seiner Umkehrung. Ihre Lösungswege erläutern sie anhand aussagekräftiger Skizzen.

M9 7: Trigonometrie (ca. 17 Std.)

M9 7.1: Trigonometrie am rechtwinkligen Dreieck (ca. 9 Std.)

Kompetenzerwartungen und Inhalte

Die Schülerinnen und Schüler ...

- erfassen, dass bei einem rechtwinkligen Dreieck jedes Verhältnis zweier Seitenlängen bereits die Größen aller Innenwinkel festlegt; sie begründen, dass die Vorgabe der Innenwinkel alle Seitenverhältnisse festlegt.
- identifizieren die Seitenverhältnisse im rechtwinkligen Dreieck als Sinus, Kosinus bzw. Tangens der Größe des jeweils zugehörigen spitzen Innenwinkels und führen durch flexible Verwendung dieser Beziehungen Berechnungen an rechtwinkligen Dreiecken durch.

- begründen die Zusammenhänge $(\sin\alpha)^2 + (\cos\alpha)^2 = 1$, $\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$, $\cos\alpha = \sin(90° - \alpha)$ und $\sin\alpha = \cos(90° - \alpha)$.
- lösen – ggf. unter Verwendung von Problemlösestrategien (z. B. Einzeichnen von Hilfslinien) – nun auch rechnerisch Anwendungsaufgaben (z. B. aus der Physik oder aus dem Vermessungswesen), die bisher nur konstruktiv lösbar waren, und sind sich ihres entsprechenden Kompetenzzuwachses bewusst. Ihre Lösungswege dokumentieren und präsentieren sie in jeweils angemessener Form, fachsprachlich korrekt sowie unter Verwendung aussagekräftiger Skizzen.

M9 7.2: Sinus- und Kosinussatz (ca. 8 Std.)

Kompetenzerwartungen

Die Schülerinnen und Schüler ...

- veranschaulichen Sinus- und Kosinuswerte von Winkelgrößen zwischen 0° und 360° am Einheitskreis und ermitteln insbesondere das zugehörige Vorzeichen sicher. Sie bestimmen die Größen von Winkeln, die einen vorgegebenen Sinus- oder Kosinuswert besitzen; dabei interpretieren sie von Taschenrechnern ausgegebene negative Winkelgrößen korrekt.
- vollziehen den Beweis des Sinussatzes nach und interpretieren den Satz des Pythagoras als Spezialfall des Kosinussatzes. Sie lösen mithilfe von Sinus- und Kosinussatz nun auch rechnerisch Anwendungsaufgaben, die bisher nur konstruktiv lösbar waren, und sind sich ihres entsprechenden Kompetenzzuwachses bewusst.